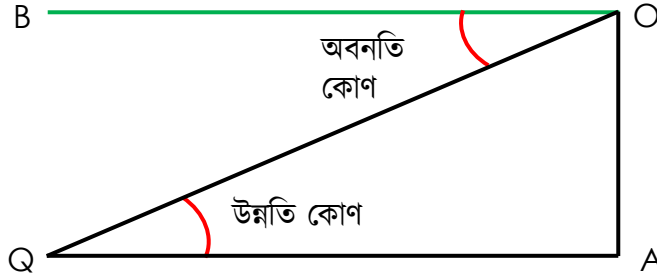
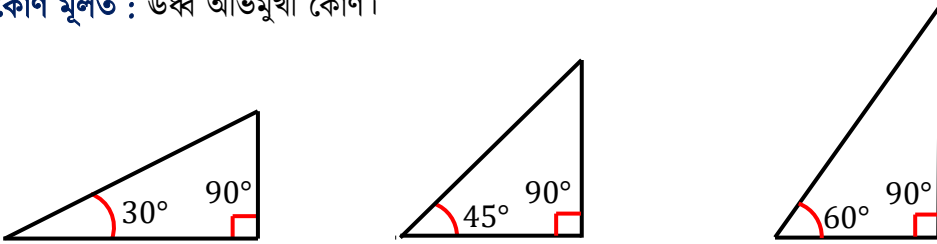
অধ্যায়-১০
দূরত্ব ও উচ্চতা

MAIN TOPIC

- **ভূ রেখা বা সয়নরেখা বা আনুভূমিক রেখা :** ভূমি তলে অবস্থিত যেকোনো সরলরেখাকে ভূ রেখা বলে। ভূ রেখাকে সয়নরেখাও বলে। চিত্রে GA হলো একটি ভূ রেখা।
- **ঊর্ধ্বরেখা বা উলম্বরেখা :** ভূমি তলের উপর লম্ব যেকোনো সরলরেখাকে উলম্বরেখা বলে। OA হলো উলম্বরেখা
- **উলম্বতল :** ভূমি তলের উপর লম্বভাবে অবস্থিত পরস্পরছেদী ভূ-রেখা ও ঊর্ধ্বরেখা একটি তল নির্দিষ্ট করে। এ তলকে উলম্বতল বলে। চিত্রে OAO তলটি ভূমির উপর লম্ব বা উলম্ব তল।
- **উন্নতি কোণ :** ভূতলের উপরের কোন বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলা হয়। এখানে, O বিন্দুতে P বিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle POB$ ।
- **অবনতি কোণ :** ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলে।

চিত্রে, O বিন্দুতে Q বিন্দুর অবনতি কোণ হচ্ছে $\angle QOB$ ।

- **অবনতি কোণ মূলত :** নিম্ন অভিমুখী কোণ।
- **উন্নতি কোণ মূলত :** ঊর্ধ্ব অভিমুখী কোণ।

১. 30° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি>লম্ব হবে

২. 60° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি=লম্ব হবে

৩. 60° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি<লম্ব হবে

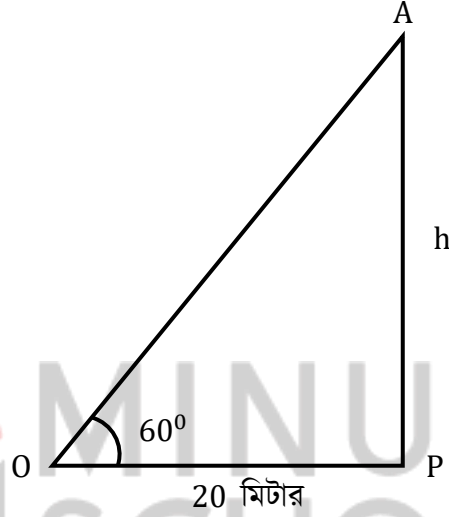
❑ $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}}$

❑ $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভূজ}}$

❑ $\tan\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভূজ}}$

Type-1

প্রশ্ন-১: একটি গাছের পাদদেশ থেকে 20 মিটার দূরে ভূতলের কোনো গাছের চূড়ায় উন্নতি কোণ 60° হলে , গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

মনে করি , গাছের উন্নতি কোণ $\angle POA = 60°$ এবং গাছের পাদদেশ থেকে ভূতলের O বিন্দুর দূরত্ব $PO =$ 20 মিটার

এবং গাছের উচ্চতা AP = h মিটার

এখন , $\tan \angle POA = \frac{AP}{OP}$

বা , $\tan 60° = \frac{h}{20}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{20}$ $[\because \tan 60° = \sqrt{3}]$

বা, $h = 20\sqrt{3}$

$\therefore h = 34.641$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ গাছটির উচ্চতা 34.641 মিটার (প্রায়) [Ans.]

প্রশ্ন-২: 18 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি মই ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর ।

সমাধানঃ

মনে করি ,

দেওয়ালের উচ্চতা AB = h মিটার।

মইয়ের দৈর্ঘ্যের , OB = 18 মিটার

এবং $\angle AOB = 45°$

এখন , OAB সমকোণী ত্রিবুজ ,

$$\sin\angle AOB \frac{AB}{OB}$$

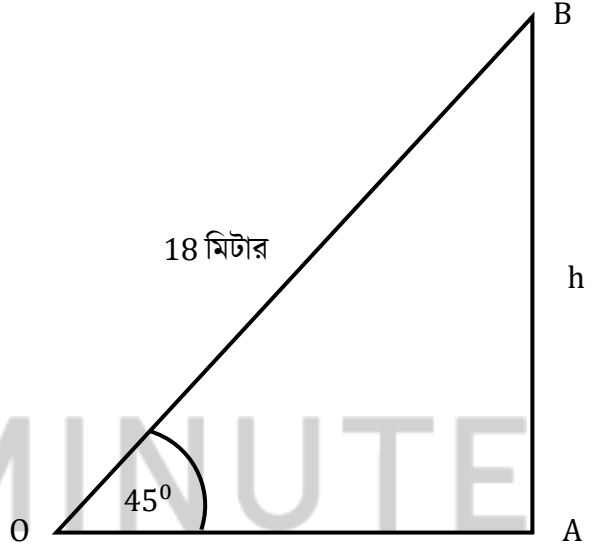
বা, $\sin 45° = \frac{h}{18}$

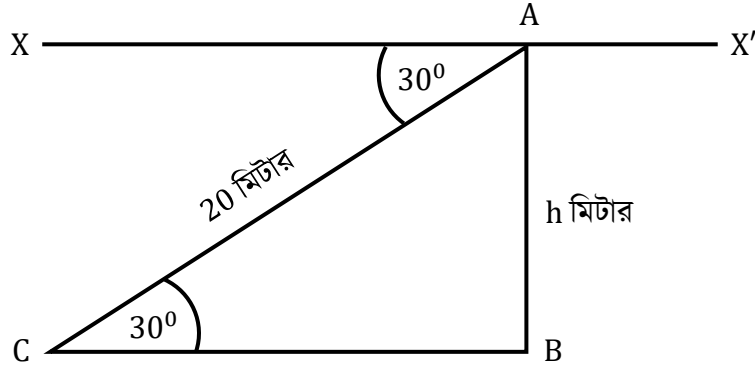
বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{18}$ $\left[\because \sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$

বা, $h = \frac{18}{\sqrt{2}}$

$= \frac{18\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$= 9\sqrt{2}$

∴ দেওয়ালটির উচ্চতা 12.728 মিটার (প্রায়) **[Ans.]**

প্রশ্ন-৩: একটি ঘরের ছাদের কোনো বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 20 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30° হলে , ঘরটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

মনে করি , ঘরটির উচ্চতা AB = h মিটার , ঘরের ছাদের কোনো বিন্দু A থেকে 20 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দু C বিন্দুর $\angle CAX = 30°$ ।

XA ∥ BC এবং AC উহাদের ছেদক।

সুতরাং $\angle XAC = \angle ACB = 30°$ [একান্তের কোণ বলে]

ABC সমকোনী ত্রিবুজ , $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 30° = \frac{h}{20}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{20} \left[\because \sin 30° = \frac{1}{2}\right]$

বা, $2h = 20$

$\therefore h = 10$ মিটার

ঘরটির উচ্চতা ১০ মিটার। [Ans.]

Type-2

প্রশ্ন-১: একটি নদীর তীরে কোনো এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখলো যে, ঠিক সোজাসোজি অপর তীরে অনস্থিত একটি টাওয়ারের উন্নতি কোণ $60°$। ঐ স্থান থেকে 32 মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ $30°$ হয়। টাওয়ারের উচ্চতা এবং নদীর বিস্তার নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, টাওয়ারের উচ্চতা $AB = h$ মিটার

এবং নদীর বিস্তার, $BP = x$ মিটার

টাওয়ারের উন্নতি $\angle BPA = 60°$ এবং ঐ স্থান থেকে $PO = 32$ মিটার পিছিয়ে গেলে শীর্ষের উন্নতি $\angle AOB = 30°$ হয়।

$\therefore BO = (BP + PO) = (x + 32)$ মিটার।

ΔAPB হতে পাই,

$$\tan \angle BPA = \frac{AB}{BP}$$

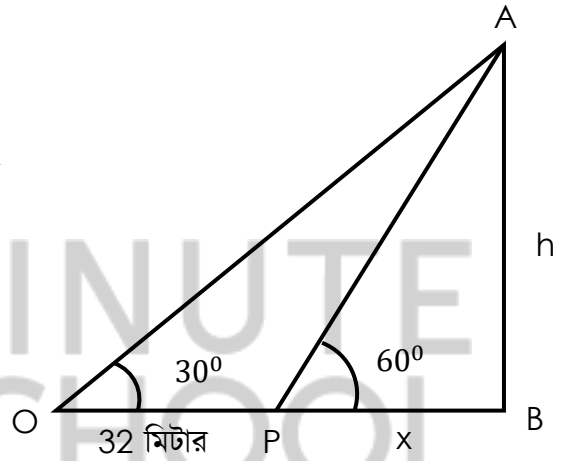
বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$ $[\because \tan 60° = \sqrt{3}]$

বা, $h = h\sqrt{3}$ ……… (i)

এখন, ΔAOB হতে পাই,

$$\tan \angle AOB = \frac{AB}{OB}$$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{x+32}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+32}$ $\left[\because \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$

বা, $x + 32 = h\sqrt{3}$

বা, $x + 32 = x\sqrt{3}.\sqrt{3}$ $[(i)$ নং হয়ে h এর মান বসিয়ে$]$

বা, $x + 32 = 3x$

বা, $3x - x = 32$

বা, $2x = 32$

বা, $x = \frac{32}{2}$

$\therefore x = 16$

(i) নং হতে, $h = x\sqrt{3} = 16 \times \sqrt{3}$

$\therefore h = 27.713$ মিটার (প্রায়)

সুতরাং, টাওয়ারের উচ্চতা 27.713 মিটার (প্রায়) এবং নদীর বিস্তার 16 মিটার। **[Ans.]**

Type-3

প্রশ্ন-১: 64 মিটার লম্বা একটি খুঁটি ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না অয়ে ভূমির সাথে $60°$ উৎপন্ন করে। খুঁটিটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, AB খুঁটি h উচ্চতায় C বিন্দুতে ভাঙ্গে। ভাঙ্গা অংশ BC সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমিতে D বিন্দুতে $60°$ কোণ উৎপন্ন করে।

এখানে, $AB = 64$ মিটার

$\angle ADC = 60°$

$AC = h$ (ধরি)

$\therefore BC = 64 - h = CD$

B
64-h
C
64 মি.
64-h
h
60^0
D
A

ADC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$\sin\angle ADC = \frac{AC}{CD}$

বা, $\sin 60° = \frac{h}{64-h}$

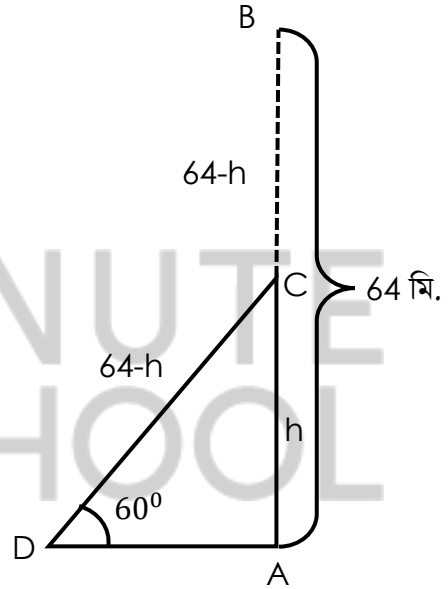
বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{64-h}$ $\left[\because \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

বা, $2h = 64\sqrt{3} - \sqrt{3}h$ [আড়গুণন করে]

বা, $2h + \sqrt{3}h = 64\sqrt{3}$

বা, $h(2+\sqrt{3}) = 64\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{64\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})} = \frac{64\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{128\sqrt{3}-192}{4-3}$

$\therefore h = 29.703$ মিটার (প্রায়)

∴ খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য, $(64 - h) - (64 - 29.703) = 34.297$ মিটার

∴ নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 34.297 মিটার (প্রায়)। **[Ans.]**

প্রশ্ন-২: একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $30°$ কোণ করে গোড়া থেকে 12 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, AB একটি গাছ, তা ঝড়ে D বিন্দুতে ভেঙ্গে দন্ডায়মান অংশের সাথে $30°$ কোণ উৎপন্ন করে।

অর্থাৎ $\angle BDC = 30°$ এবং $AD = CD$

এবং গাছের গোড়া থেকে মাটির স্পর্শ বিন্দুর দূরত্ব,

$BC = 12$ মিটার

এখন, ΔBDC-এ,

$$\sin \angle BDC = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$$

বা, $\sin 30° = \frac{BC}{CD}$

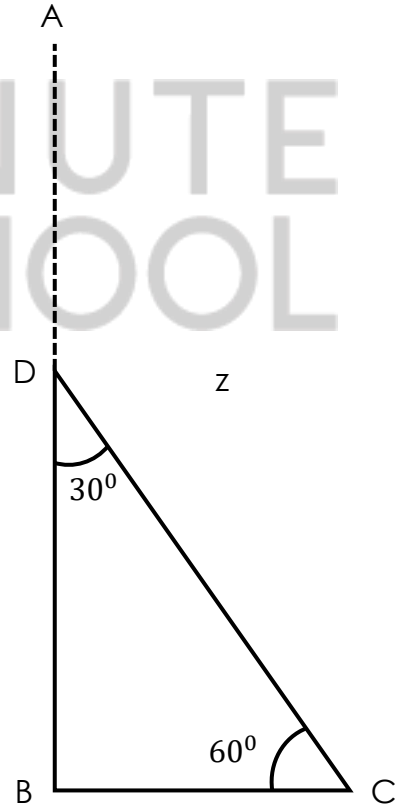
বা, $\frac{1}{2} = \frac{12}{CD}$

বা, $CD = 12 \times 2$

∴ $CD = 24$ মি.

আবার,

$$\tan \angle BDC = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$$

বা, $\tan 30° = \frac{BC}{BD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{BD}$

বা, $BD = 12\sqrt{3}$

$\therefore BD = 20.785$ মি. (প্রায়)

$\therefore$ গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য, $AB = AD + BD$

$= CD + BD \quad [\because AD = CD]$

$= (24 + 20.785)$ মিটার

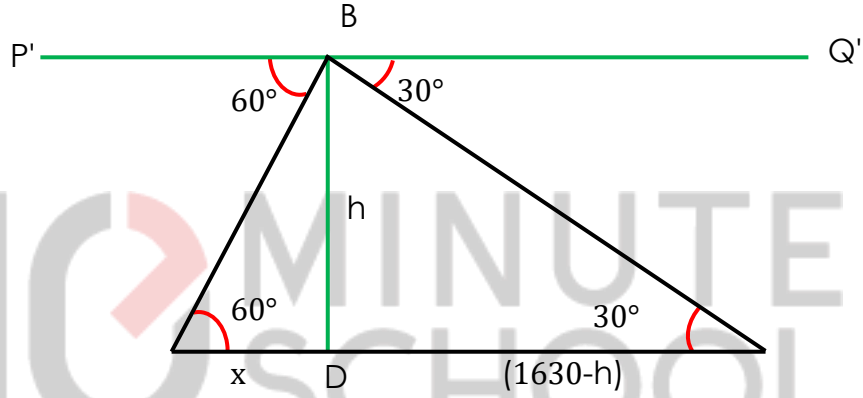
$= 44.785$ মি. (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 44.785 মিটার (প্রায়)। **[Ans.]**

Type-4

প্রশ্ন-১: একটি বেলুন দুইটি মাইলপোস্ট P ও Q এর মাঝখানে উড়ছে। বেলুনের স্থানে মাইলপোস্ট দুটি ও এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30° । ভূমি হতে বেলুন দুটির উচ্চতা কত নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

মনে করি, O বেলুনের অবস্থান,

P ও Q এক মাইল দূরবর্তী দুটি পোস্ট। O হতে P ও Q এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30°।

PQ∥P'Q' এবং OD⊥PQ

$$\therefore \angle P'OP = \angle OPD = 60° \text{ ও } = \angle Q'OQ = \angle OQD = 90°$$

PQ = 1 মাইল= 1.61 কি.মি. = 1610 মি.

ধরি,

PD= x মি.

QD=PQ-PD

$= 1610 - x$

বেলুনের উচ্চতা OD=h মি.

এখন,

OPD সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan\angle \text{OPD} = \frac{OD}{PD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

বা, $x = \frac{h}{3}$

আবার, OQD সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan\angle OQD = \frac{OD}{QD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{1610-x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1610-h}$

বা, $\sqrt{3h} = 1610 - x$

বা, $\sqrt{3h} = 1610 - \frac{h}{\sqrt{3}}$

বা, $\sqrt{3}h + \frac{h}{\sqrt{3}} = 1610$

বা, $\frac{3h+h}{\sqrt{3}} = 1610$

বা, $4h = 1610\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{1610\sqrt{3}}{4}$

বা, $h = \frac{2788.60}{4}$

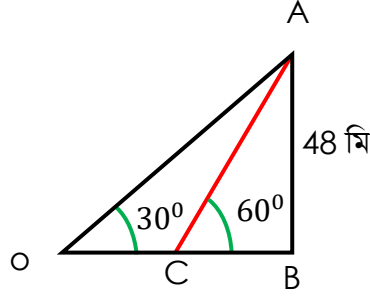
বা, $h = 697.15$ (প্রায়)

∴ ভূমি থেকে বেলুনের উচ্চতা 697.15 মিটার। (প্রায়)

(Ans)

Type-5

প্রশ্ন-১: ৪৮ মিটার দীর্ঘ একটি গাছের গোড়া থেকে কিছু দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ $60°$। ঐ বিন্দু থেকে x মি. পিছিয়ে গেলে শীর্ষের উন্নতি কোণ $30°$। গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, তার অবিচ্ছিন্ন ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 60^0 কোণ উৎপন্ন করে গাছটির গোড়া থেকে y মি. দূরে মাটি স্পর্শ করে। x ও y এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:

AB ৪৮ মিটার দীর্ঘ একটি গাছের গোড়া থেকে কিছু দূরে C বিন্দুতে গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle ACB = 60°$। x মি. পিছিয়ে O বিন্দুতে উন্নতি কোণ $\angle AOB = 30°$ ।

এখন,

$\triangle ABC$ এ $\frac{AB}{BC} = \tan 60°$

বা, $\frac{48}{BC} = \sqrt{3}$

বা, $BC = \frac{48}{\sqrt{3}}$

$\triangle AOB$ এ $\frac{AB}{OB} = \tan 30°$

বা, $\frac{48}{OB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $OB = 48\sqrt{3}$

বা, $OC + BC = 48\sqrt{3}$

বা, $x = 48\sqrt{3} - \frac{48}{\sqrt{3}}$

বা, $x = 55.426\ m$

আবার, গাছটি D বিন্দুতে $\angle BDC = 60°$ কোণ উৎপন্ন করে B থেকে y মিটার দূরে C বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে।

$\therefore BC = y$

ধরি, $BD = z$

$CD = 48 - z$

$\triangle\ BCD$ এ $\cos\angle BDC = \frac{BD}{CD}$

বা, $\cos 60° = \frac{z}{48 - z}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{z}{48 - z}$

বা, $2z = 48 - z$

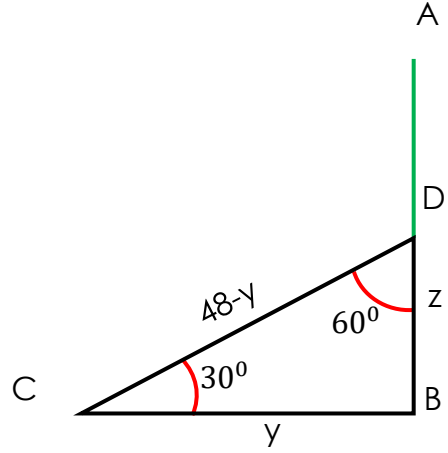
বা, $2z + z = 48$

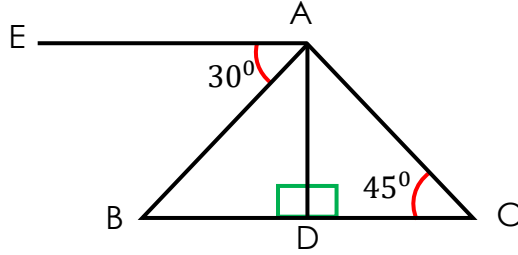
বা, $z = 16\ m$

এখন, $\tan\angle BDC = \frac{BC}{BD}$

বা, $\tan 60° = \frac{y}{z}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{y}{16}$

বা, $y = 27.713\ m$ (***Ans***)

SOLVED CQ

সৃজনশীল ১

চিত্রে EA∥BC, AD⊥BC, উন্নতি কোণ $ACD = 45^0$ এবং $DC = 10$ মিটার।

(ক) উন্নতি কোণ ও অবণতি কোণের সংজ্ঞা দাও।

(খ) AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(গ) △ABC পরিসীমা নির্ণয় কর।

(ক)

উন্নতি কোণঃ ভূতলের উপরের কোনো বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলে।

অবনতি কোণঃ ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলা হয়।

(খ)

দেওয়া আছে, EA∥BC, AD⊥BC.

উন্নতি ∠ACD=45^0 এবং DC=10 মি.

△ACD এ tan ∠ACD=$\frac{AD}{DC}$ [∵tanθ=$\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$]

$\tan 45^0 = \frac{AD}{10}$

বা $1 = \frac{AD}{10}$ বা, $AD = 1 \times 10$

AD=10 মি.

এখন, EA∥BC এবং AD⊥BC

সুতরাং AD⊥EA ∴ $\angle EAD=90^0$

এখন, ∠EAB+ ∠BAD=∠EAD

বা, $30^0+\angle BAD=90^0$ [মান বসিয়ে]

বা $\angle BAD= 90^0-30^0$

[পক্ষান্তর করে]

বা, $\angle BAD=60^0$

সমকোণী △ABD এ

$\cos\theta=\frac{\text{ভুমি}}{\text{অতিভূজ}}$

$\cos\angle BAD=\frac{AD}{AB}$

বা, $\cos 60^0=\frac{10}{AB}$

বা, $\frac{1}{2}=\frac{10}{AB}$

বা, AB=20 মি

সুতরাং AB বাহুর দৈর্ঘ্য 20 মি

(গ)

খ হতে পাই, AB=20 মিটার

AD=10 মিটার

DC=10 মি

এখন সমকোণী △ADC এ, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AC^2=AD^2+DC^2$

$=10^2+10^2$

$=100+100$

$=\sqrt{200}$

=14.4 মি (প্রায়)

এখন সমকোণী △ABD- এ,,

$\tan \angle BAD = \tan 60^0 = \frac{BD}{AD}$ $\quad [\because \tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}]$

$\sqrt{3} = \frac{BD}{10}$ $\quad \therefore BD = 10\sqrt{3}$

এখন, BC= BD+DC

$=10\sqrt{3}+10$

=27.32 মি (প্রায়)

∴△ABC এর পরিসীমা = AB+BC+CA

=(20+27.32+14.14) মি

=61.146 মি(প্রায়) [Ans.]

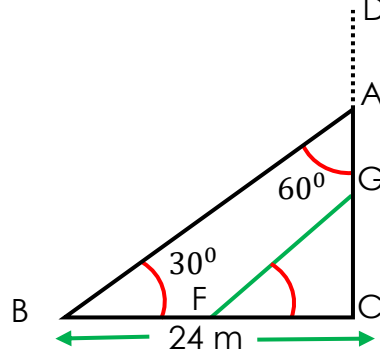
সৃজনশীল ২

একটি সুপারি গাছ ঝড়ে এমন ভাবে ভেঙ্গে গেল যেন ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 60^0 কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 24 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। ৪ মিটার লম্বা একটি মই ভূমির সাথে কোণ করে গাছের দন্ডায়মান অংশের সাথে ঠেস দেয়া হলো।

(ক) তথ্য গুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করো

(খ) সুপারি গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো

(গ) মই সুপারি গাছের দন্ডায়মান অংশের যে বিন্দুতে ঠেস দেয়া আছে তার উপরের দন্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(ক) মনে করি, AB গাছটির ভাঙ্গা অংশ যা ঐ ভাঙ্গা অংশেই 60^0 কোণ উৎপন্ন করে এবং তা গাছটির গোড়া থেকে BC=24 মি দূরে B বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে।

আবার FG=8 মিটার মইটি ভূমির সাথে 60^0 কোণ করে গাছের দন্ডায়মান অংশের সাথে ঠেস দেওয়া আছে।

তাহলে $\angle BAC = 60^0, \angle GFC = 60^0$।

(খ)

মনে করি, সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য CD=h মি।AC=x মি উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে $\angle CAB = 60^0$ উৎপন্ন করে গোড়া থেকে CB=24 মি দূরে মাটি স্পর্শ করে

এখানে, AB=AD=(CD-AC)=(h-X) মি.

△ABC থেকে পাই,

$\tan 60^0 = \frac{BC}{AC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{24}{x}$

বা,∴ $x = \frac{24}{\sqrt{3}}$

বা, $\text{Sin}60^0 = \frac{BC}{AB}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{24}{h-x}$

বা, $h - x = \frac{2\times24}{\sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{48}{\sqrt{3}} + x$

বা, $h = \frac{48}{\sqrt{3}} + \frac{24}{\sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{48+24}{\sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{72}{\sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{72\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$

বা, h=$\frac{72\sqrt{3}}{3}$ বা, h=24√3

$\therefore h = 41.569$

গাছটির দৈর্ঘ্য = 41.569 মিটার (প্রায়)

(গ)

(খ) নং হতে পাই, AC=x=$\frac{24}{\sqrt{3}}$ মি

আবার, দেওয়া আছে,

FG মই এর দৈর্ঘ্য=8 মি

△FGC এ $\angle GFC = 60^0$

$\sin 60^0 = \frac{CG}{FG}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CG}{8}$

বা, CG = $\frac{8\sqrt{3}}{2}$ ∴CG=4√3

সৃজনশীল ৩

একটি মেহগনি গাছ AB ঝড়ে D বিন্দুতে এমন ভাবে ভেঙ্গে গেল যে তার ভাঙ্গা অংশ C বিন্দুতে ভূমির সাথে $\theta = 30°$ কোণ উৎপন্ন করে এবং গাছের গোড়া B থেকে $5\sqrt{3}\,m$ দূরে মাটি স্পর্শ করে।

(ক) যদি $cot(\theta - 30) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হয় তবে $sin\,\theta$ এর মান নির্ণয় কর ।

(খ) দেখাও যে, $\left(\frac{BD}{BC} + \frac{CD}{BC}\right)^2 = \left(\frac{1+sin\,\theta}{1-sin\,\theta}\right)$

(গ) একটি খুঁটি ও তক্তা যথাক্রমে গাছের দন্ডায়মান এবং ভাঙ্গা অংশ থেকে বানানো হবে। খুঁটি ও তক্তার দৈর্ঘ নির্ণয় কর।

ক) দেওয়া আছে, $\cot(\theta - 30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\cot(\theta - 30^\circ) = \cot 60^\circ$ বা, $\theta - 30^\circ = 60^\circ$

বা, $\theta = 60^\circ + 30^\circ \therefore \theta = 90^\circ$

$\therefore \sin\theta = \sin 90^\circ = 1$ (Ans.)

খ) বামপক্ষ $= \left(\frac{BD}{BC} + \frac{CD}{BC}\right)^2$

$= (\tan\theta + \sec\theta)^2$ [পাশের চিত্র থেকে]

$$= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}\right)^2$$

$$= \left(\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta}\right)^2$$

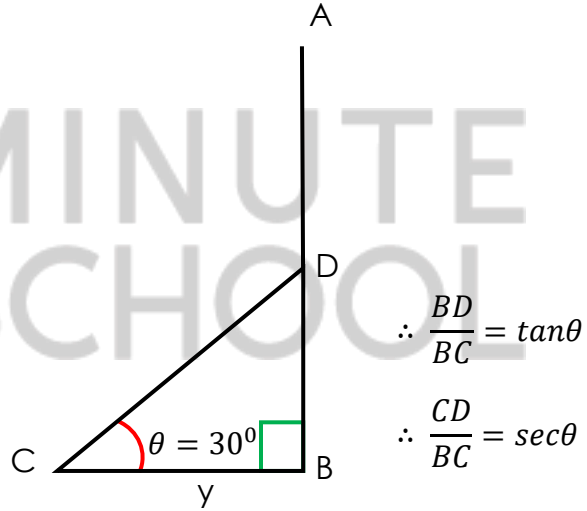
$\therefore \frac{BD}{BC} = tan\theta$

$\therefore \frac{CD}{BC} = sec\theta$

$$= \frac{(\sin\theta + 1)^2}{\cos^2\theta}$$

$$= \frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta}$$

$= \frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)} = \frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} =$ ডানপক্ষ

$\therefore \left(\frac{BD}{BC} + \frac{CD}{BC}\right)^2 = \left(\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}\right)$ (দেখানো হলো)

গ) মনে করি, গাছটি ভূমি থেকে h উচ্চতায় D বিন্দুতে ভেঙ্গে পড়ে এবং ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য = x

চিত্র হতে পাই,

$\tan30° = \frac{BD}{BC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{5\sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

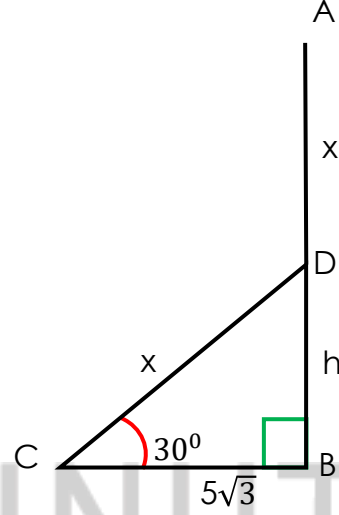
$\therefore h = 5$ মিটার

আবার, $\cos30° = \frac{bc}{cd}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

বা, $x = 5\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\therefore x = 10$

খুটির দৈর্ঘ্য h = 5 মিটার এবং তক্তার দৈঘ্য x = 10 মিটার (Ans.)

সৃজনশীল ৪

একটি নদীর তীরে কোনো এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে ঠিক সজাসুজি অপর তীরে একটি বৈদ্যুতিক খুটির উন্নতি কোণ 60°। ঐ স্থান থেকে 150 মিটার পিছিয়ে দেখল যে বৈদ্যুতিক খুটির উন্নতি কোণ 30° হয়েছে।

ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি আঁক।

খ. নদীটির বিস্তার নির্ণয় কর

গ. বৈদ্যুতিক খুটির উচ্চতা এবং ১ম অবস্থা থেকে বৈদ্যুতিক খুঁটির শীর্ষ বিন্দুর সরসসরি দুরত্ব নির্ণয় কর।

(ক) ভূতলস্থ O বিন্দুতে AB বৈদ্যুতিক খুটির শীর্ষ A এর উন্নতি কোণ $\angle AOB = 60°$। ঐ স্থান হতে 150 মিটার পিছিয়ে C বিন্দুতে গেলে উন্নতি কোণ $\angle ACB = 30°$ হয় । OB নদীর বিস্তার।

খ) ধরি, প্রথম স্থান O হতে বৈদ্যুতিক খুটির দুরত্ব x মিটার এবং বৈদ্যুতিক খুঁটির উচ্চতা n মিটার

তাহলে, $AB = h$ মিটার

নদীর বিস্তার $OB = x$ মিটার

দেওয়া আছে, $OC = 150$ মিটার

$\therefore \ BC = (x + 150)$ মিটার

এখন, ΔAOB এর জন্য, $\tan\angle AOB = \frac{AB}{OB}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{x+150}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x\sqrt{3}}{x + 150}$ [(i) নং সমীকরণ হতে]

বা, $x + 150 = 3x$

বা, $2x = 150 \therefore x = 75$

অর্থাৎ প্রথম স্থান হতে বৈদ্যুতিক খুঁটির দূরত্ব ৭৫ মিটার ।

$\therefore$ নদীর বিস্তার = 75 মিটার (Ans.)

(গ)

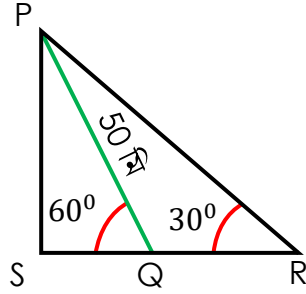
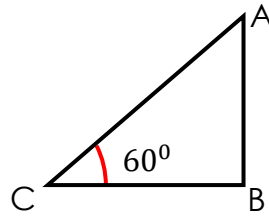
‘খ’ থেকে পাই, নদীর বিস্তার = 75 মিটার

$\therefore$ বৈদ্যুতিক খুঁটির উচ্চতা, h = $x\sqrt{3} = 75\sqrt{3}$ মিটার । (Ans.)

চিত্র থেকে, OB = 75 মিটার এবং AB = $75\sqrt{3}$ মিটার ।

$\therefore OA = \sqrt{OB^2 + AB^2} = \sqrt{75^2 + (75\sqrt{3})^2}$ = 150 মিটার

সৃজনশীল ৫

দৃশ্যকল্প-I :

দৃশ্যকল্প-II :

AB একটি পতাকার খুটি ।

ক. দৃশ্যকল্প-I হতে $\angle QPR$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. দৃশ্যকল্প-I হতে PS ও SQ এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর ।

গ. দৃশ্যকল্প-II এ বর্ণিত C বিন্দু হতে 32 মি. পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ 30° হয় । পতাকার খুঁটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর ।

ক) দেওয়া আছে, $\angle PQS = 60°$

$\therefore \angle QPR = 180° - (\angle PRQ + \angle PQR)$

$= 180° - (120° + 30°) = 180° - 150° = 30°$ (Ans.)

খ) চিত্রে, $PQ = 50$ মি.

ΔPQS-এ,

$$\sin \angle PQS = \frac{PS}{PQ}$$

বা, $\sin 60° = \frac{PS}{50}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{PS}{50}$

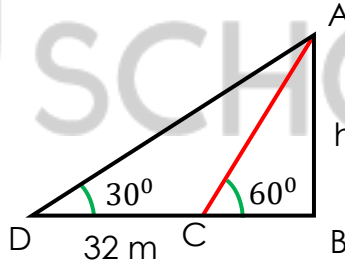
$\therefore PS = 25\sqrt{3} = 43.301$ মি. (প্রায়)

$\Delta PSQ -$ এ, $\tan \angle PQS = \frac{PS}{SQ}$

বা, $\tan 60° = \frac{25\sqrt{3}}{SQ}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{25\sqrt{3}}{SQ}$

$\therefore SQ = 25$ মি. (Ans.)

গ) মনে করি, পতাকার খুঁটির উচ্চতা, AB = h মিটার এবং টাওয়ারের উন্নতি $\angle ACB = 60°$। C বিন্দু থেকে CD = 32 মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ $\angle ABD = 30°$ হয়।

ধরি, BC = x মিটার ।

$\therefore BD = BC + CD = (x + 32)$মিটার

ΔABC থেকে পাই, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$ $\qquad$ $[\because \tan 60° = \sqrt{3}]$

$\therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (i)$

আবার, ΔABD থেকে পাই,

$\tan\angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{x+32}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+32}$ $[\because \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}]$

বা, $\sqrt{3}h = x + 32$

বা, $\sqrt{3}h = \frac{h}{\sqrt{3}} + 32$

বা, $\sqrt{3}h - \frac{h}{\sqrt{3}} = 32$

বা, $\frac{3h-h}{\sqrt{3}} = 32$

বা, $\frac{2h}{\sqrt{3}} = 32$

বা, $2h = 32\sqrt{3}$

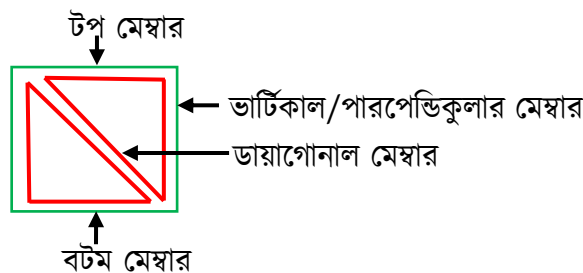
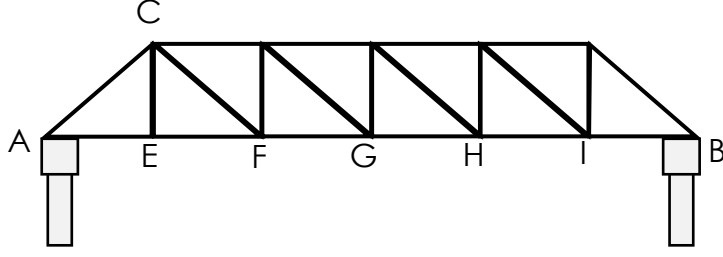
বা, $h = \frac{32\sqrt{3}}{2}$

$= 16\sqrt{3}$

$\therefore h = 27.713$ মিটার (প্রায়) (*Ans.*)

সৃজনশীল ৬

রসুলপুর গ্রামে একতি ছোট নদীর ওপর ট্রাস ব্রীজ নির্মাণ করা হবে ।যেখানে ট্রাস ব্রীজের প্রতিটি বটম মেম্বারও সমান, টপ মেম্বার সমান, ডায়াগোনাল মেম্বার সমান এবং ভার্টিকাল মেম্বার ও সমান। প্রতিটি ডায়াগোনাল মেম্বার বটম মেম্বারের সাথে 45° কোণ তৈরি করে। আবার প্রতিটি ভার্টিক্যাল মেম্বারের সাথে 90° কোণে অবস্থান করে।

উল্লেখ্য যে, প্রতিটি ডায়াগোনাল মেম্বার দৈর্ঘ্য 20 মিটার

ক. ট্রাস ব্রীজটির প্রতিটি ভার্টিক্যাল মেম্বার এর উচ্চতা কত?

খ. ট্রাস ব্রীজটির সম্পূর্ণ স্পেনের দৈর্ঘ্য কত? (স্প্যান AB)

গ. যদি বটম মেম্বার ও ডায়াগোনাল মেম্বার এর মধ্যবর্তী $60°$ হতো তবে সম্পূর্ণ স্প্যানের দৈর্ঘ্য কত হত?

ক) ট্রাস ব্রিজটির AEC অংশটি কেটে নিলে পাই,

উদ্দীপকের মতে,

ডায়াগোনাল মেম্বার, AC = 20 মিটার

বটম মেম্বার ও ডায়াগোনাল মেম্বার এর মধ্যবর্তী কোণ, $\angle CAE = 45°$

ভার্টিক্যাল মেম্বার, CE = ?

সমকোণী ত্রিভুজ ACE এর জন্য, $\because \angle E = 90°$ দেওয়া আছে

আমরা জানি,

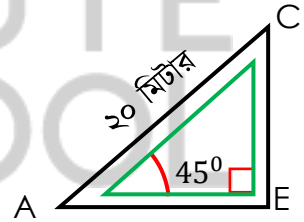
$\sin \angle CAE = \frac{CE}{AC}$

বা, $\sin 45° = \frac{CE}{20}$ $\because \sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{CE}{20}$

বা, CE = $10\sqrt{2}$

$\therefore$ ভার্টিক্যাল মেম্বার মিটার, CE = 14.14 মিটার

যেহেতু, উদ্দীপক অনুসারে প্রতিটি ভার্টিক্যাল মেম্বার সমান। তাই প্রতিটি ভার্টিক্যাল মেম্বারের দৈর্ঘ্যই হবে 14.14 মিটার

খ) সম্পূর্ণ স্পেনের দৈর্ঘ্য বলতে মূলত থেকে পর্যন্ত সবগুলো বটম মেম্বারের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কে বোঝানো হয়েছে।

অর্থাৎ, স্প্যানের দৈর্ঘ্য = (AE + EF + FG + GH + HI +IB) বটম মেম্বার গুলোর দৈর্ঘ্য

ক নং হতে পাই,

ACE অংশের জন্য, AC = 20 মিটার

CE = 14.14 মিটার

$\angle CAE = 45°$

সমকোণী ত্রিভুজ ACE এর জন্য

$\tan\angle CAE = \frac{CE}{AE}$

বা, $\tan 45° = \frac{14.14}{AE}$

বা, $1 = \frac{14.14}{AE}$

$\therefore AE = 14.14$ মিটার

যেহেতু, প্রতিটি বটম মেম্বারের দৈর্ঘ্য সমান তাই,

$AE = EF = FG = GH = HI = IB$

$\therefore AB = AE + AE + AE + AE + AE + AE$

$= 6 \times AE = (6 \times 14.14) = 84.84$ মিটার

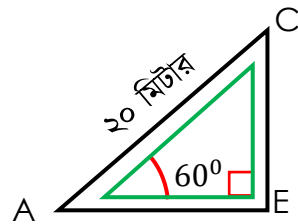
সুতরাং ব্রীজটির সম্পূর্ণ স্প্যানের(AB) দৈর্ঘ্য = 84.84 মিটার

গ) যদি বটম মেম্বার ও ডায়াগোনাল মেম্বার এর মধ্যবর্তী কোণ 60° হতো তবে ট্রাস ব্রিজের অংশের চিত্র টি নিম্নরূপ হতো-

এখন, চিত্র মতে AEC সমকোণী ত্রিভুজে,

AC = 20 মিটার

$\angle CAE = 60°$

AE = ?

ACE সমকোণী ত্রিভুজে,

আমরা জানি,

$\cos \angle CAE = \frac{AE}{AC}$ $\left[\because \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}\right]$

বা, $\cos 60^\circ = \frac{AE}{20}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{AE}{20}$

বা, 2AE= 20

$\therefore AE = 10$ মিটার

আবার, যেহেতু প্রতিটি বটম মেম্বারের দৈর্ঘ্য সমান। তাই সম্পূর্ণ স্প্যানের দৈর্ঘ্য,

['খ' নং হতে]
AB = 6× AE

$= (6\times 10) = 60$ মিটার

সুতরাং, যদি বটম মেম্বার ও ডায়াগোনাল মেম্বারের মধ্যবর্তী কোণ 60° হতো, তবে সম্পূর্ণ স্প্যানের দৈর্ঘ্য হতো 60 মিটার [Ans.]

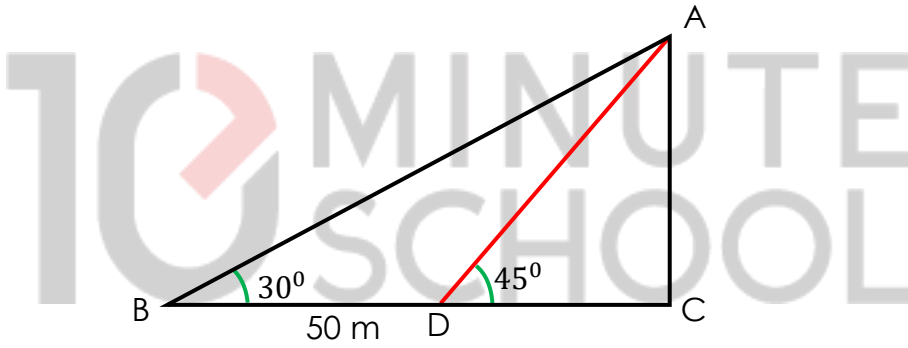
সৃজনশীল ৭

তাওসিফ স্কুল বিল্ডিং এর সামনে দাঁড়িয়েছিল । ঐ স্থান থেকে বিল্ডিং এর ছাদের A বিন্দুর উন্নতি কোণ 30° হয়। সে বিল্ডিং এর দিকে 50 মিটার এগিয়ে গিয়ে দেখল বিন্দুর উন্নতি কোণ 45° ।

(ক) তথ্যগুলোকে চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর ।

(খ) স্কুলের ছাদের উচ্চতা নির্ণয় কর ।

(গ) তাওসিফ আর একটু সামনে গিয়ে দেখতে পেল তার অবস্থানের উন্নতি কোণ 60° । সে আগের অবস্থান থেকে কত দূরে এগিয়ে গিয়েছিল তা নির্ণয় কর ।

(ক)

(খ)

মনে করি, স্কুলের ছাদের উচ্চতা $= h$ মিটার
বিল্ডিং এর পাদবিন্দু হতে তার প্রথম অবস্থান B এর দূরত্ব $BC = x$ মিটার ।

তার ২য় অবস্থান D এর দূরত্ব, $DC = x - 50$ মিটার

ΔADC এ, $\tan 45° = \frac{AC}{DC}$

বা, $1 = \frac{h}{x-50}$

বা, $x - 50 = h$

$\therefore h = x - 50$.........(i)

এখন,

ΔABC এ

$\tan 30° = \frac{AC}{BC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$

বা, $x = \sqrt{3}h$.........(ii)

(ii) নং এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

$h = \sqrt{3}h - 50$

বা, $h(\sqrt{3} - 1) = 50$

$$h = \frac{50}{\sqrt{3} - 1} = \frac{50(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = \frac{50(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1}$$

$= 25\sqrt{3} + 25 = 68.3$ মিটার (প্রায়)

অতএব, স্কুলের ছাদের উচ্চতা 68.3 মিটার (প্রায়)

(গ)

'খ' হতে পাই, স্কুলের ছাদের উচ্চতা,

$h = 68.3$ মি.

$DC = \sqrt{3}\,h - 50$

$= \sqrt{3} \times 68.3 - 50$

$= 68.3$ মি.

মনে করি, যখন উন্নতি কোণ $60°$, তখন তার অবস্থান E বিন্দুতে ।

এখন, ΔAEC এ,

$$\tan 60° = \frac{AC}{CE}$$

বা, $CE = \frac{AC}{\tan 60°} = \frac{68.3}{\sqrt{3}} = \frac{68.3\sqrt{3}}{\sqrt{3}.\sqrt{3}} = \frac{68.3\sqrt{3}}{3}$

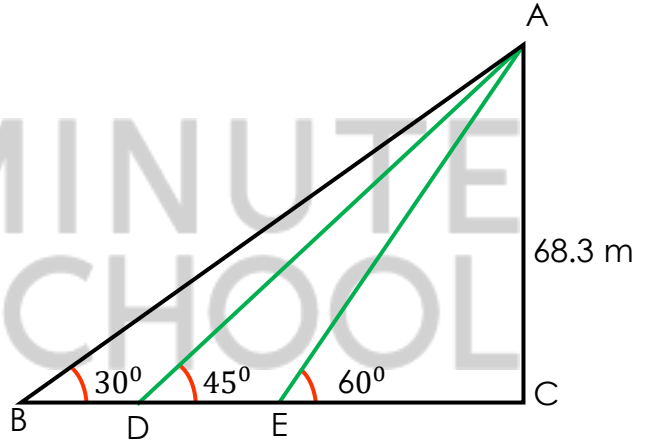
$= 39.43$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ সে দ্বিতীয় অবস্থান থেকে বিল্ডিং এর দিকে এগিয়ে গিয়েছিল

$= DC - EC$

$= (68.3 - 39.43)$ মিটার

$= 28.87$ মিটার (প্রায়)

নির্ণেয় দূরত্ব 28.87 মিটার (প্রায়) [Ans.]

সৃজনশীল ৮

রশিদ সাহেবের বাড়ির ছাদে একটি টাওয়ার অবস্থিত যার উচ্চতা ভূমি হতে 60 মিটার এবং বাড়ির সামনে একটি দেবদারু গাছ আছে । টাওয়ারের শীর্ষ হতে দেবদারু গাছের শীর্ষ ও পাদদেশের অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 60° । টাওয়ারের শীর্ষ রশি দিয়ে আটকিয়ে দেবদারু গাছের পাদদেশ পর্যন্ত টানা দিতে মোট 69.28 মিটার রশি লাগে এবং রশি দিয়ে দেবদারু গাছটি প্যাঁচালে 10 টি প্যাঁচ হয় ।

(ক) টাওয়ার ও দেবদারু গাছের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর ।

(খ) দেবদারু গাছের উচ্চতা নির্ণয় কর ।

(গ) দেবদারু গাছের প্রতিটি প্যাঁচ সমান হলে প্রতি প্যাঁচের আবদ্ধ অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

(ক)

প্রশ্নের উদ্দীপক অনুসারে অঙ্কিত চিত্রটি মিলিয়ে দেখা যায়- টাওয়ার AF এর উচ্চতা ভূমি হতে, AB = 60 মি. দেবদারু গাছ CD,

আবার, দেবদারু গাছের পাদদেশ D টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু A এর সাথে ∠DAE = 60° অবনতি কোণ উৎপন্ন করে । এখন, ΔABC এ,

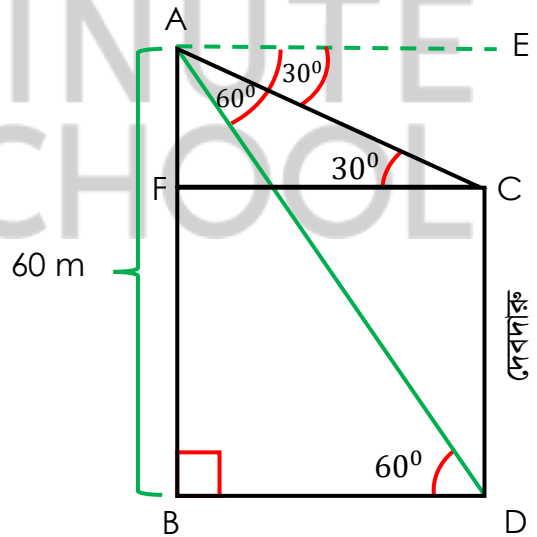
$\tan 60° = \frac{AB}{BD}$ [$\because \tan\theta$ = লম্ব /ভূমি]

বা, $\sqrt{3} = \frac{60}{BD}$

বা, $BD = \frac{60\sqrt{3}}{3}$

$\therefore BD = 20\sqrt{3}$ মিটার ।

[Ans.]

(খ)

'ক' এর চিত্র হতে, ΔACF এ $\tan\angle ACF = \frac{AF}{CF}$

বা, $\tan 30° = \frac{AF}{CF}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AF}{20\sqrt{3}}$ [$CF = BD = 20\sqrt{3}$ মি.]

$\therefore AF = 20$ মি.

যেহেতু, $CF = BD$ এবং $CF || BD$

তাই, $CD = BF$

$= (AB - AF)$

$= (60 - 20)$ মিটার

$= 40$ মিটার [Ans.]

(গ)

10 টি প্যাঁচের দৈর্ঘ্য 69.28 মিটার

$\therefore$ প্রতিটি প্যাঁচের দৈর্ঘ্য $= \frac{69.28}{10}$ মিটার ।

$= 6.93$ মিটার

মনে করি, প্রতিটি প্যাঁচের ব্যাসার্ধ r একক

সুতরাং, প্রতিটি প্যাঁচের পরিধি, $2\pi r$ একক

প্রশ্নমতে, $2\pi r = 6.93$

$\therefore r = 1.103$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$প্রতিটি প্যাঁচের আবদ্ধ অংশের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times (1.103)^2$ বর্গমিটার

$= 3.82$ বর্গমিটার (প্রায়) [Ans.]

Note: রশি বৃত্তাকার, আর বৃত্তের পরিধি $2\pi r$ একক এবং ক্ষেত্রফল $\pi r2$ বর্গ একক ।

সৃজনশীল ৯

মিরপুর ফুটবল মাঠে আবাহনী বনাম শেখ রাসেল এর মধ্যকার খেলা হচ্ছে, সিফাত তার বাসার ছাদ থেকে খেলাটি দেখলো । গোলপোস্ট দুইটির মধ্যকার দূরত্ব 32 মি. । গোলপোস্ট দুটিকে যদি আমরা A ও B দিয়ে প্রকাশ করি তবে A ও B সিফাতের থেকে যথাক্রমে 30° ও 60° কোণ উৎপন্ন করে ।

(ক) ঘটনাটির সচিত্র বর্ণনা কর ।

(খ) সিফাত ভূমি থেকে কত উপরে উঠে খেলা দেখছিলো?

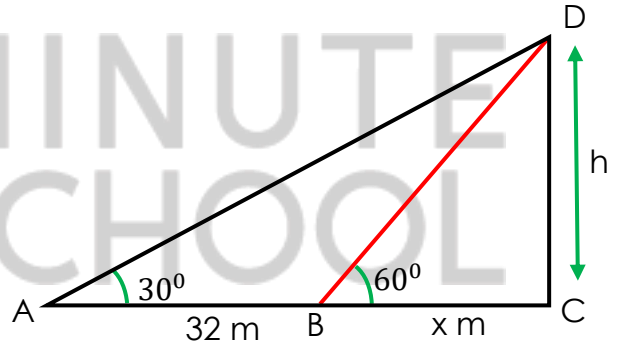
(গ) সিফাতের বাসার ছাদ থেকে A গোল পোস্টের দূরত্ব কত?

(ক)

ধরি,

বাসার ছাদের উচ্চতা, $CD = h$ মি. হতে সিফাত খেলা দেখছিল ।

A ও B বিন্দুতে দুইটি গোলপোস্টের মধ্যকার দূরত্ব 32 মিটার ।

সিফাত যদি D বিন্দু হতে খেলা দেখে তাহলে, A গোলপোস্ট হতে ঐ স্থানের উৎপন্ন কোণ $\angle DAC = 30°$

এবং B গোলপোস্ট হতে ঐ স্থানের উৎপন্ন কোণ $\angle DBC = 60°$

A ও B এর মধ্যকার দূরত্ব, AB = 32 মি.

(খ)

ধরি, $DC = h$ মি.

এবং $BC = x$ মি.

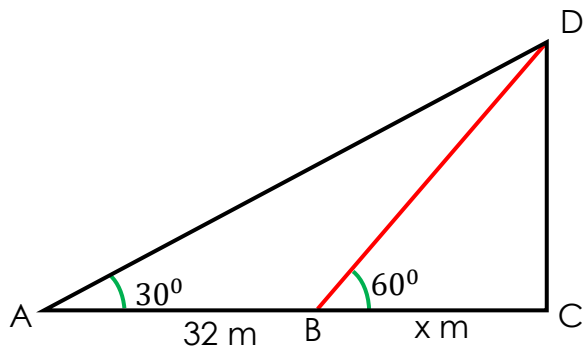
ΔBDC হতে পাই,

$\tan\angle DBC = \frac{DC}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $h = \sqrt{3}x \dots \dots \dots (i)$

আবার, △ADC হতে পাই,

$tan\angle DAC = \frac{DC}{AC}$

বা, $tan30° = \frac{h}{AB+BC}$ [$\therefore AC = BC + AB$]

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}x}{32+x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}x}{32+x}$

বা, $32 + x = 3x$

বা, $2x = 32$

বা, $x = 16$ মি

এখন, x এর মান (i) নং সমীকরণে বসালে পাই,

ছাদের উচ্চতা, $h = \sqrt{3}x$

$= 16\sqrt{3}$ মি.

$= 27.71$ মি. (প্রায়) [Ans.]

(গ)

ধরি, A গোলপোস্ট হতে ছাদের দূরত্ব, AD=k মি.

চিত্রমতে, AC=AB+BC

=(32+16) মি. ['খ' হতে পাই]

=48 মি.

∴ $\triangle ADC$ এ পিথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,

$AD^2 = AC^2 + DC^2$

বা, $k^2 = (48)^2 + (27.71)^2$

বা, $k^2 = 2304 + 767.84$

বা, $k = \sqrt{2304 + 767.84}$

বা, $k = 55.42$ মি. (প্রায়)

সুতরাং, বাসার ছাদ হতে গোলপোস্টের দূরত্ব 55.42 মি. (প্রায়) [Ans.]

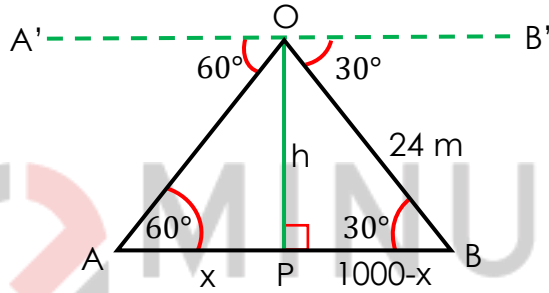
সৃজনশীল ১০

দুইটি কিলোমিটার পোস্ট A ও B এর মধ্যবর্তী স্থানের উপর O বিন্দুতে একটি হেলিকপ্টার হতে ঐ কিলোমিটার পোস্টদয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30°।

ক) তথ্য হতে চিত্র অঙ্কন কর ?

খ) হেলিকপ্টারটি ভুমি হতে কত উচ্চতায় অবস্থিত?

গ) A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

ক)

মনে করি , O বিন্দুটি হেলিকপ্টারটির অবস্থান এবং A ও B এক কিলোমিটার দুরবর্তী দুইটি মাইলপোস্টের অবস্থান। O বিন্দুতে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে60° ও 30°

$\because \angle A'OA = 60°$ ও $\angle B'OB = 30°$

A'B' ও AB সমান্তরাল এবং OA ও OB তাদের ছেদক বলে,

$\angle A'OA = \angle OAB = 60°$ ও $\angle BOB' = \angle OBA = 30°$

এখানে, AB = 1000 মিটার

খ) O থেকে AB এর উপর OP লম্ব অঙ্কন করি।

ধরি, হেলিকপ্টারটি ভূমি হতে h উচ্চতায় অবস্থিত।

চিত্র হতে, OP=h

এবং $\angle OAB = 60°, \angle ABO = 30°$

অর্থাৎ $\angle OAP = 60°, \angle OBP = 30°$

OAP সমকোণী ত্রিভুজে,

এখন, $\tan \angle OAP = \frac{OP}{AP}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$ [চিত্র AP=x]

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3}x = h$

বা, $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ ....(1)

আবার ,OBP সমকোণী ত্রিভুজে ,

$\tan \angle OBP = \frac{OP}{BP}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $1000 - x = \sqrt{3} \times h$ [আড়গুণ করে]

বা, $1000 - \frac{h}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}\,h$ [(1) নং হতে $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ মান বসিয়ে]

বা, $1000 = \sqrt{3}\,h + \frac{h}{\sqrt{3}}$

বা, $\sqrt{3}h + \frac{h}{\sqrt{3}} = 1000$ [পক্ষন্তর করে]

বা, $h\left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 1000$

বা, $h\left(\frac{3+1}{\sqrt{3}}\right) = 1000$

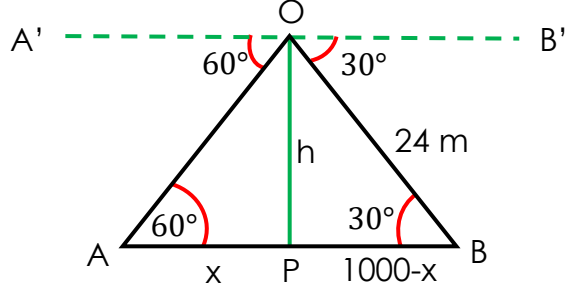
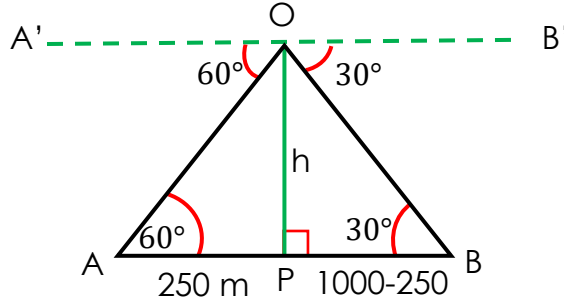
বা, $h\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = 1000$

বা, $h = \frac{1000 \times \sqrt{3}}{4}$

বা, $h = 250\sqrt{3}$

$\therefore h = 433.013$ মিটার (প্রায়)

অর্থাৎ, হেলিকপ্টারটি মাটি থেকে 433.013 মিটার (প্রায়) উঁচুতে অবস্থিত।

[Ans]

গ)

ধরি , A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারের সরাসরি দূরত্ব S তাহলে চিত্র হতে পাই,

OA=S

$AP = x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ ['খ' নং হতে প্রাপ্ত]

$= \frac{250\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ মিটার

=250 মিটার

ΔOAP সমকোণী ত্রিভুজে,

$\cos\angle OAP = \frac{AP}{OA}$

বা, $\cos 60° = \frac{250}{OA}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{250}{OA}$

বা, $OA = 250 \times 2$

$\therefore OA = 500$ মিটার

সুতরাং , A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারের সরাসরি দূরত্ব 500 মিটার।

[Ans]

SOLVED MCQ

১। একটি দন্ডের দৈর্ঘ্য তার ছায়ার দৈর্ঘ্যের $\frac{1}{3}$ অংশ হলে , ছায়ার প্রান্তবিন্দুতে সূর্যের উন্নতি কোণ কত?

ক) 15°   খ) 30°   গ) 18.44°   ঘ) 17°

ব্যাখা:

ধরি,

ছায়ার দৈর্ঘ্য = L

দন্ডের দৈর্ঘ্য =L/3

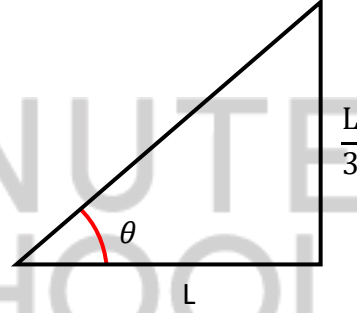
ছায়ার প্রান্তবিন্দুতে সূর্যের উন্নতি কোণ θ° হলে,

$$\tan\theta = \frac{L/3}{L}$$

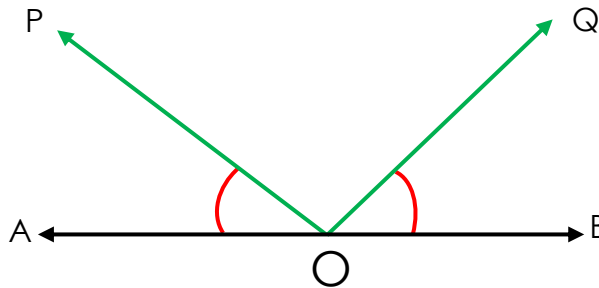
$$= \frac{L}{3L}$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\frac{1}{3}$$

$$= 18.44°$$

২। নিচের চিত্রের O বিন্দুতে P বিন্দুর উন্নতি কোণ কোনটি?

ক) ∠QOB   খ) ∠POA   গ) ∠QOA   ঘ) ∠POB

ব্যাখা:

ভূতলের উপরের কোনো বিন্দু ভুমির সমান্তরাল কোনো রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলে।

∴ O বিন্দুতে P বিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle POA$

৩। ভূরেখার অপর নাম কী ?

ক) বৃত্তাকার রেখা   খ) সমান্তরাল রেখা   গ) শয়ান রেখা   ঘ) বক্র রেখা

৪। ভূতল ও উলম্বতলের মধ্যবর্তী কোণ কত ?

ক) $0°$ খ) $360°$ গ) $180°$ ঘ) $90°$

ব্যাখা:

ভূতল হচ্ছে ভূমি তল ।

A

ভূতলের উপর লম্বভাবে অবস্থিত পরস্পরছেদী ভূ-রেখা ও উর্ধরেখা যে তল গঠন করে , তাকে উলম্ব তল বলে। এখানে, BC হলো ভূতল এবং AB উলম্ব তল।

৫। একটি খুঁটির দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং ছায়ার দৈর্ঘ্য কত মিটার হলে উন্নতি কোণ $45°$ হবে ?

ক) 28.28 মিটার   খ) 20 মিটার   গ) 14.14 মিটার   ঘ) 11.47 মিটার

ব্যাখা:

চিত্র হতে, খুঁটির দৈর্ঘ্য = AB = 20 মিটার

ছায়ার দৈর্ঘ্য = BC = 4 মিটার

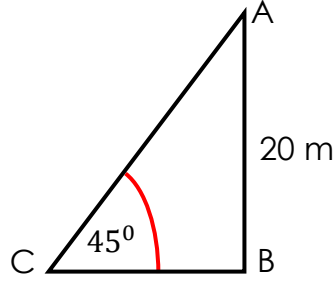
ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 45° = \frac{20}{h}$

বা, $h = \frac{20}{\tan 45°}$

বা, $h = \frac{20}{1}$

∴ $h = 20$ মিটার

৬। একটি নারিকেল গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $10\sqrt{3}$ মিটার এবং এর শীর্ষবিন্দু ছায়ার শেষ প্রান্তের সাথে 30° উন্নতি কোণ তৈরি করে। গাছটির উচ্চতা কত মিটার ?

) 10 মিটার খ) 20 মিটার গ) 25 মিটার ঘ) 30 মিটার

ব্যাখা:

ছায়ার দৈর্ঘ্য = BC = $10\sqrt{3}$ মিটার

গাছের শীর্ষবিন্দু ও ছায়ার শেষপ্রান্তের মধ্যবর্তী কোণ $\angle ACB = 30°$

উচ্চতা , AB = h

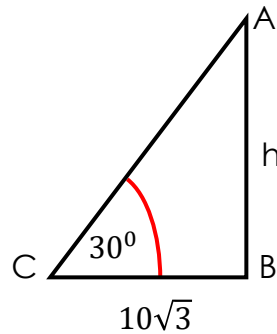
এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{10\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{10\sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

∴$h = 10$ মিটার

৭। 20 মিটার লম্বা একটি মই গাছ হতে 10 মিটার দূরে গাছটিকে স্পর্শ করে । মইটি ভুমির সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে?

ক) 60° খ) 30° গ) 25° ঘ) 90°

ব্যাখা:

মই এর দৈর্ঘ্য = অতিভুজ = 20 মিটার

গাছ হতে মই এর দূরত্ব = ভূমি = 10 মিটার

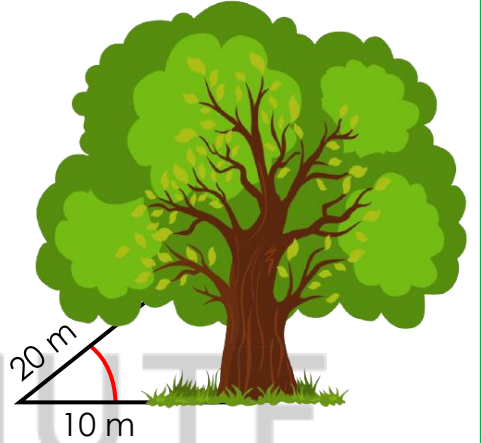
ভূমি ও মই এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,

$\cos\theta = \dfrac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$

বা, $\cos\theta = \frac{10}{20}$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos 60°$

$\therefore\ \theta = 60°$

৮। ঝড়ে একটি গাছ হেলে পড়েছিল , এমতাবস্থায় গাছের গোড়া হতে 7 মিটার উচ্চতায় একটি খুঁটি ঠেসে দিয়ে গাছটিকে সোজা রাখা হল। ভূমিতে খুঁটিটির স্পর্শবিন্দুর অবনতি কোণ 30° হলে , খুঁটির দৈর্ঘ্য কত?

ক) 7 মিটার খ) $7\sqrt{3}$ মিটার গ) 14 মিটার ঘ) $14\sqrt{2}$ মিটার

ব্যাখা:

মনে করি, খুঁটিটির এর দৈর্ঘ্য , BC = 20 মিটার

গাছের গোড়া হতে উচ্চতায় খুঁটিটি ঠেস দিয়ে আছে।

অবনতি কোণ $\angle DBC = 30°$ $\therefore \angle ACB = \angle DBC = 30°$

ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

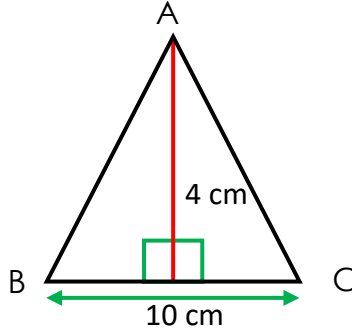
$\sin\angle ACB = \dfrac{AB}{BC}$

বা, $\sin 30° = \frac{7}{BC}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{7}{BC}$

বা, $BC = 7 \times 2$

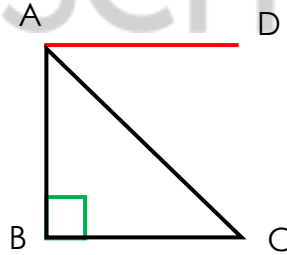
$\therefore BC = 14\,m$

৯। ΔABC এর উচ্চতা ও ভূমি অনুপাত কোনটি ?

(ক) $\frac{2}{5}$ (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) $\frac{4}{5}$ (ঘ) $\frac{5}{4}$

ব্যাখ্যা: ΔABC এর ভূমি = 10cm

উচ্চতা = 4 cm

∴ উচ্চতা ও ভূমি অনুপাত = $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

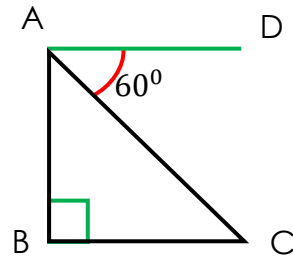
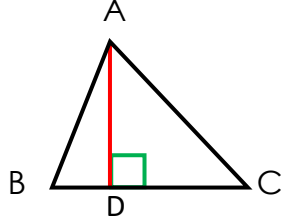
১০।

চিত্রে অবনতি কোণ ∠CAD = 60^o হলে ∠BAC এর মান = ?

(ক) 30^o (খ) 45^o (গ) 60^o (ঘ) 90^o

ব্যাখ্যা: অবনতি কোণ ∠CAD = 60^o

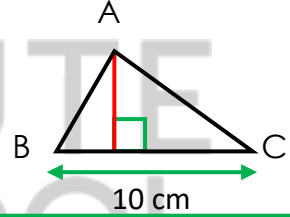
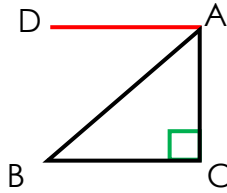
এখন, ∠BAD = 90^o'

∴ ∠BAC + ∠CAD = 90^o

∴ ∠BAC = 30^o

১১।

চিত্রে AB = 5cm , AC = 8cm , AD = 4cm , BC = 10cm হলে, ΔABC এর উচ্চতা ও ভূমি অনুপাত কোনটি ?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{4}{5}$ (গ) $\frac{2}{5}$ (ঘ) $\frac{5}{4}$

ব্যাখ্যা: ABC ত্রিভুজের ভূমি, BC = 10cm
উচ্চতা, AD = 4 cm

$\therefore \frac{\text{উচ্চতা}}{\text{ভূমি}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

১২

উপরের চিত্রে -

(i) ∠DAB অবনতি কোণ (ii) ∠ABC উন্নতি কোণ (iii) ∠DAB = ∠ABC

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i , ii (খ) i , iii (গ) ii , iii (ঘ) i , ii ও iii

ব্যাখ্যা: (i) চিত্রমতে, A বিন্দুতে B বিন্দুর অবনতি কোণ ∠DAB
(ii) অনুরূপ, B বিন্দুতে A বিন্দুর অবনতি কোণ ∠DAB
(iii) DA ও BC পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা এবং AB এদের ছেদক। ∴ ∠DAB = ∠ABC

১৩। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ্য কর -

(i) 30^o কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি > লম্ব হবে

(ii) 45^o কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি = লম্ব হবে

(iii) 60^o কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি < লম্ব হবে

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i , ii (খ) i , iii (গ) ii , iii (ঘ) i , ii ও iii

ব্যাখ্যা: (১) 30^o কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে দেখা যায় ভূমি > লম্ব হয়

(২) 45^o কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে দেখা যায় ভূমি = লম্ব হয়

(৩) 45^o কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে দেখা যায় ভূমি < লম্ব হয়

১৪। একটি টাওয়ারের পাদদেশ হতে 25 মিটার দূরে কোন কিছু হতে ঐ টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুতে উন্নতি কোণ 45^o হলে -

(i) টাওয়ারের উচ্চতা 25 মিটার

(ii) ভূমি ও উচ্চতা সমান

(iii) উচ্চতা ও অতিভুজ পরস্পর সমান

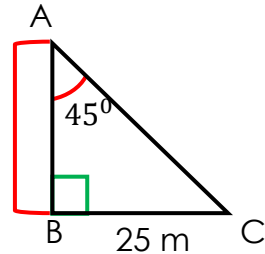
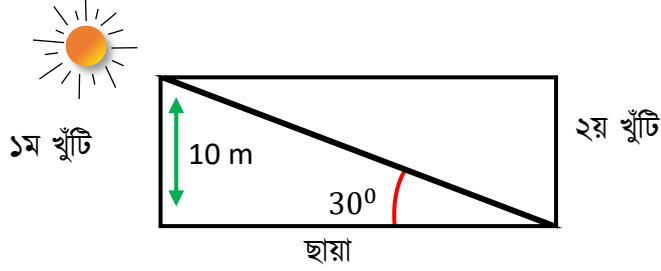
নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i , ii (খ) i , iii (গ) ii , iii (ঘ) i , ii ও iii

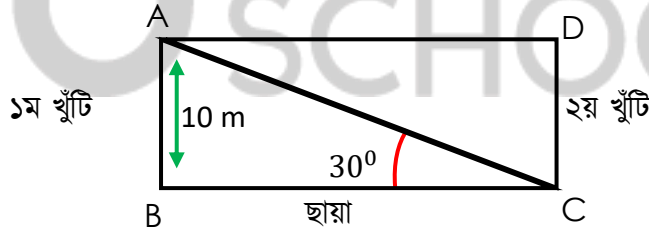
ব্যাখ্যা: টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুতে উন্নতি কোণ 45^o

$\therefore$ ABC ত্রিভুজে $\angle ABC = 45^o$

সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ 45^o হলে,
ভূমি = উচ্চতা হবে। অর্থাৎ টাওয়ারের উচ্চতা ও ভূমি উভয়ই 25 মিটার।

ভূমি বা লম্ব কখনোই অতিভুজের সমান হবেনা।

১৫।

১ম খুঁটির উচ্চতা 10m হলে, ১ম খুঁটির শীর্ষ ও ২য় খুঁটির গোঁড়ার দূরত্ব কত ?

(ক) 20m (খ) 18m (গ) $10\sqrt{3}$m (ঘ) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$m

ব্যাখ্যা: প্রদত্ত চিত্রটিকে A,B,C দ্বারা প্রকাশ করে পাই,

১ম খুঁটির শীর্ষ ও ২য় খুঁটির গোঁড়ার দূরত্ব = AC

ΔABC এ $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

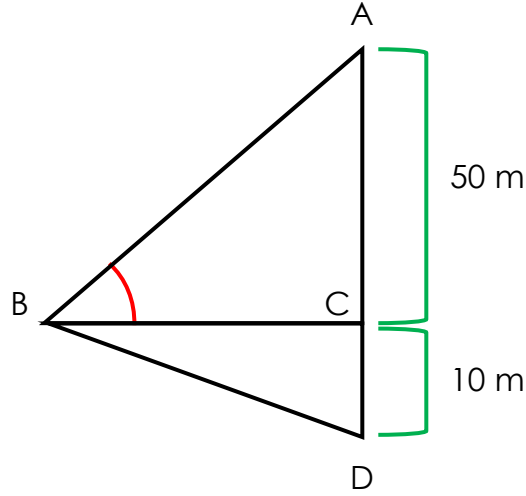
বা, $\sin 30^o = \frac{10}{AC}$

বা, AC $= \frac{10}{\sin 30^o} = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 20\text{m}$

.১৬। AB = ? মি

ক) 25 খ) $25\sqrt{3}$) 100 ঘ) $100\sqrt{3}$

ব্যাখা : $Sin\ 30^0 = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}}$

$\text{Sin } 30^0 = \frac{AC}{AB}$

$AB = \frac{AC}{\text{Sin } 30^0}$

$AB = \frac{50}{0.5}$ $= 100$

১৭। BD কত মিটার ?

ক) 76.60 (প্রায়) খ) 86.02 (প্রায়)) 87.18 (প্রায়) ঘ)186.60 (প্রায়)

ব্যাখা : চিত্র হতে,

AC = 50 একক

AB = 30 একক

$O = 30^0$

পিথাগোরাসের সূত্র মতে ,

অতিভূজ) ২ = (লম্ব)২ + (ভূমি)২

বা, $AB^2 = AC^2 + BC^2$

বা, $BC = \sqrt{(100) - (50)}$ = 86.60 (প্রায়)

আবার, $\triangle BCD$ তে পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে,

$BD^2 = BC^2 + CD^2$ $= (86.60)^2 + (10)^2$
$= 7599.56$

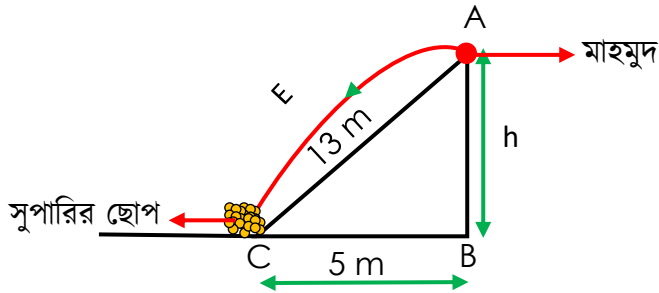
BD = 87.18 (প্রায়)

অতএব, প্রশ্নটির সঠিক উত্তর (গ)

মাহমুদ একটি সুপারি গাছের চুড়ো থেকে এক ছোপ সুপারি কেটে তীর্যভাকবে নিচের দিকে ফেলে দিলো, ফলে তা সুপারি গাছের গোঁড়া হতে ৫ মিটার দূরে একটি স্থানে গিয়ে পড়বে। আবার সুপারি ছোপ পড়ার স্থান হতে সাইমন সুপারি গাছের অবস্থানের সরাসরি দূরত্ব ১৩ মিটার। (মনে করলাম , গাছটি ভূমির সাথে 90° কোণে দন্ডায়মান)

১৮। সুপারি গাছের গোড়া থেকে মাহমুদের সুপারি গাছে অবস্থানের দূরত্ব কত ?

ক) 13 মিটার খ) 8 মিটার গ) 12 মিটার ঘ) 10 মিটার

ব্যাখ্যা :

উদ্দীপক অনুসারে চিত্রটি মিলিয়ে দেখা যায়, মাহমুদের অবস্থান সুপারি গাছের A বিন্দুতে সে AEC তীর্যকপথে সুপারির ছোপটি নিচে ফেলে, সুপারি গাছের গোড়া B হতে সুপারির ছোপ পড়ার স্থানে C এর দূরত্ব BC=5 মিটার।

আবার, সুপারির ছোপ পড়ান স্থান হতে মাহমুদের সুপারি গাছ অবস্থানের সরাসরি দূরত্ব AC=13 মিটার।

ভূমি থেকে সুপারি গাছে মাহমুদের অবস্থান

=AB=h (ধরি)

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভূজে,

পিথাগোরাসে উপপাদ্য অনুসারে,

$(\text{অতিভূজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

বা, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $13^2 = h^2 + 5^2$

বা, $169 = h^2 + 25$

বা, $h^2 = 169 - 25$

বা, $h^2 = 144$

বা, $h = \sqrt{144}$

$\therefore h = 12$ মিটার

সুতরাং, সুপারি গাছের গোড়া অর্থাৎ, ভূমি হতে সুপারি গাছে মাহমুদের অবস্থানের সরাসরি দূরত্ব 12 মিটার।

১৯। সুপারি পড়ার স্থান থেকে মাহমুদের সুপারি গাছে অবস্থানের সরাসরি দূরত্ব আনুভূমিকের সাথে কত ডিগ্রি কোণ তৈরি করে ?

ক) 38.67° খ) 65° গ) 67.38° ঘ) 72°

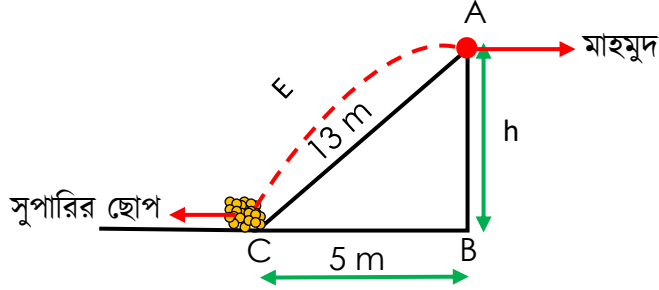
ব্যাখ্যা : পূর্বের প্রশ্নের ব্যাখ্যা হতে,

চিত্র মতে, ABC সমকোণী ত্রিভূজে, আনুভূমিক অংশ, BC=5 মিটার।

সুপারি গাছের গোড়া হতে মাহমুদের অবস্থানের দূরত্ব, AB=12 মিটার প্রশ্নের নির্ণেয় কোণ,

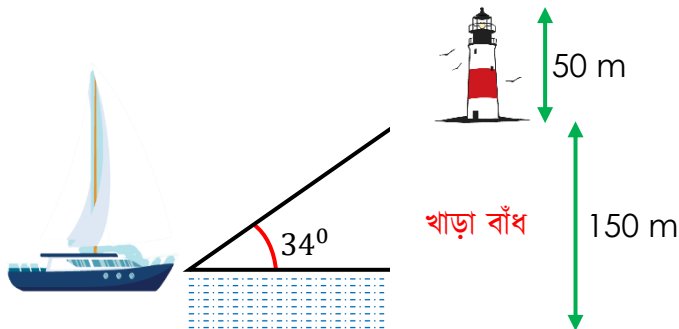
$\angle ACB = ?$

আমরা জানি,

$tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $tan\angle ACB = \frac{12}{5}$

বা, $\angle ACB = \tan^{-1}(\frac{12}{5})$

বা, $\angle ACB = 67.38°$

কোনো একটি নৌকা থেকে খাড়া বাঁধের ওপর অবস্থিত একটি বাতিঘরের নিম্ন প্রান্তের উন্নতি কোণ *

২০। যদি খাড়া বাঁধটির উচ্চতা * মিটার হয়, তবে নৌকাটি খাড়া বাঁধটির ভিত্তি হতে কত দূরে অবস্থান করবে?

ক) 200 মিটার খ) 122.22 মিটার গ) 222.22 মিটার ঘ) 22.22 মিটার

ব্যাখ্যা : খাড়া বাঁধ ও নৌকাটিকে একটি সমকোনী ত্রিভুজ * এর সাথে তুলনা করলে পাই,

খাড়া বাঁধ * মিটার

উন্নতি কোন *

খাড়া বাঁধের ভিত্তি হতে নৌকাটির দূরত্ব,

ধরি, $BC = 4$ মিটার

Δ ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই ,

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan \angle 34° = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan \angle 34° = \frac{150}{BC}$

বা, $x = \frac{150}{\tan \angle 34°}$

বা, $x = \frac{150}{.675}$

বা, $x = 222.22$ মিটার

২১। বাতিঘরের উচ্চতা যদি ৫০ মিটার হয় তবে নৌকা হতে বাতিঘরের চূড়ার উন্নতি কোণ কত হবে ?

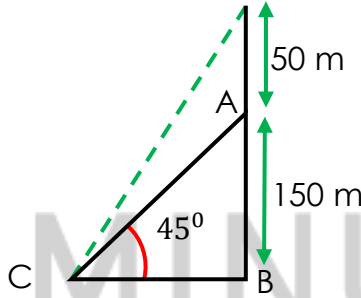
(ক) 40°   (খ) 43°   (গ)45°   (ঘ) 42° ✓

ব্যাখ্যা : বাতিঘর খাড়া বাঁধ ও নৌকার অবস্থান BCD সমকোণী ত্রিভুজ দ্বারা ব্যাখ্যা করলে পাই,

$AB = 150$ মি.

$AB = 50$ মি.

$BC = 222.22$ মি.

নৌকা হতে চূড়ার উন্নতি কোণ $\angle BCD = ?$

চিত্রমতে, $\mathrm{BD} = \mathrm{AD} + \mathrm{AB}$

$= (50 + 150)$ মি

$= 200$ মি

এখন. BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan \angle \mathrm{BCD} = \frac{200}{222.22}$

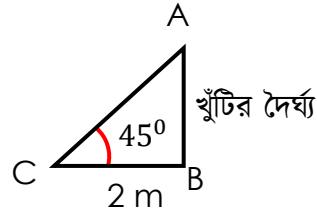
বা, $\tan \angle \mathrm{BCD} = 0.9$

বা, $\angle \mathrm{BCD} = \tan^{-1} 0.9$

$\therefore \angle \mathrm{BCD} = 41.99$

$\therefore$ উন্নতি কোণ $\angle \mathrm{BCD} \approx 41.99°$

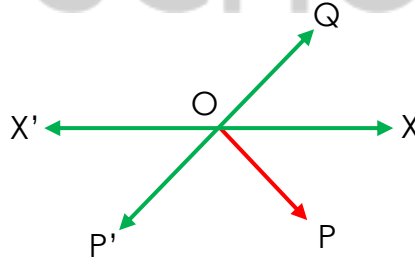
২২. মাটিতে পোঁতা একটি লম্বা খুঁটির ওপর সূর্যের আলো পড়ায় খুঁটির পাদদেশ থেকে 2 মিটার বিস্তৃত একটি ছায়া পড়ে এবং সূর্যের উন্নতি কোণ 45° হলে খুঁটির দৈর্ঘ্য কত মিটার ?

(ক) 4 (খ) 2 (গ $2\sqrt{3}$ (ঘ) $2\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা:

$\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan\angle 45° = \frac{AB}{2}$

বা, $1 = \frac{AB}{2}$

বা, $AB = 2$

২৩. P বিন্দুটির অবনতি কোণ কোনটি

(ক) $\angle XOQ$ (খ) $\angle XO'Q$ (গ) $\angle POX$ (ঘ) $\angle XOX'$

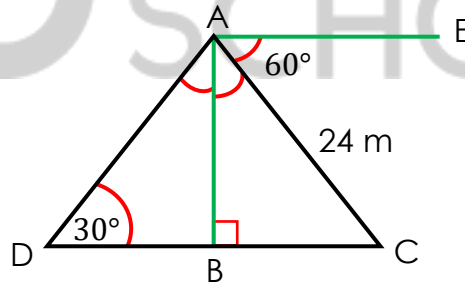
ব্যাখ্যা: ভূতলের নিচের কোনো বিন্দু ভুমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে,তাকে অবনতি কোণ বলে।

∴ P বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle POX$

২৪. Q বিন্দুটির অবনতি কোণ কোনটি

(ক) $\angle XOQ$ (খ) $\angle QOX$ (গ $\angle POX'$ (ঘ) $\angle POQ$

ব্যাখ্যা: ভূতলের উপরের কোনো বিন্দু ভুমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে,তাকে উন্নতি কোণ বলে।

∴ Q বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle QOX$

২৫. $\angle ACD$ এর মান কত ?

(ক) 60° (খ) 30° (গ)90° (ঘ) 45°

ব্যাখ্যা: $\angle EAC$ ও $\angle ACD$ একান্তর কোণ

∴ $\angle EAC = \angle ACD = 60°$ [AE || CD ও AC ছেদক]

২৬. AB এর দৈর্ঘ্য কত ?

(ক) $10\sqrt{3}$ মিটার (খ) $12\sqrt{3}$ মিটার (গ $18\sqrt{3}$ মিটার (ঘ) 65 মিটার

ব্যাখ্যা:

$\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin \angle 60° = \frac{AB}{24}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 24 = AB$

বা, $AB = 12\sqrt{3}$ মিটার

২৭. AD এর দুরত্ব কত ?

(ক) 50.25 মিটার (খ) 60 মিটার 41.57 মিটার (ঘ) 65 মিটার

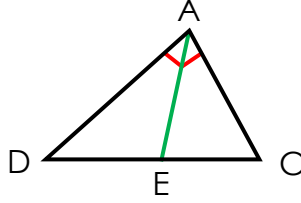
ব্যাখ্যা :

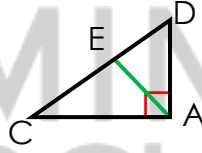
$\sin \angle ADB = \frac{AB}{AD}$

বা, $\sin \angle 30° = \frac{12\sqrt{3}}{AD}$

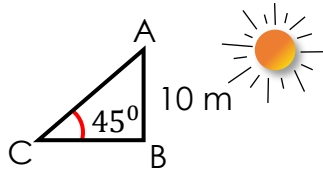
বা, $AD = \frac{12\sqrt{3}}{0.5}$

বা, $AD = 41.57$ মিটার

২৮ ΔACD এর অতিভূজ কোনটি ?

(ক) AC (খ) AD (গ) CD (ঘ) BC

ব্যাখ্যা: সমকোণের বিপরীত বাহুকে অতিভূজ বলে ।

২৯. সূর্যের উন্নতি কোণ 45° হলে 10 মিটার লম্বা একটি খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য কত মিটার ?

(ক) 6 (খ) 8 (গ) 10 (ঘ) 12

ব্যাখ্যা:

$\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan\angle 45° = \frac{10}{BC}$

বা, $BC = \frac{10}{1}$

$= 10$ m

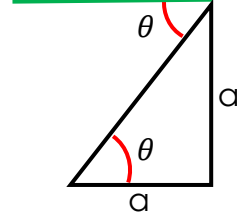
৩০। অবনতি কোণের মান কত ডিগ্রি হলে খুঁটির দৈর্ঘ্য ও ছায়ার দৈর্ঘ্য সমান হবে?

ক) 30^0 খ) 45^0 গ) 60^0 ঘ) 90^0

ব্যাখ্যা :

ধরি, খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য = খুঁটির দৈর্ঘ্য = a

$\therefore \tan\theta = \frac{a}{a} = 1$

বা, $\theta = 45^0$

৩১। একটি খুঁটির দৈর্ঘ্য 20 m. এখন ছায়ার দৈর্ঘ্য কত মিটার হলে উন্নতি কোণ 45^0 হবে ?

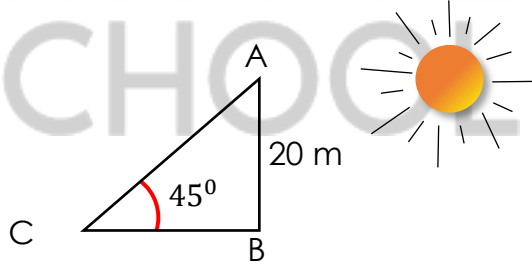
ক) 40 খ) 20 গ) 10 ঘ) $20\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা :

$\therefore \tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 45^0 = \frac{20}{BC}$

বা, $BC = \frac{20}{1}$

বা, $BC = 20\,m$

৩২। 3 m উচু একটি গাছের পাদবিন্দু হতে $\sqrt{3}$ m দূরে ভূতলস্থ কোনো বিন্দুতে সূর্যের উন্নতি কোণ কত ?

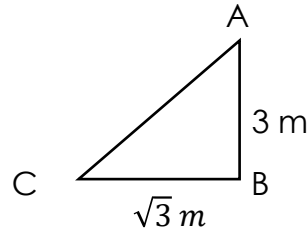
ক) 90^0 খ) 60^0 গ) 45^0 ঘ) 30^0

ব্যাখ্যা :

$\therefore \tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan\angle ACB = \frac{3}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\angle ACB = \sqrt{3}$

বা, $\angle ACB = 60^0$

৩৩। হেলিকপ্টর থেকে 15 km দূরবর্তী কোনো স্থানের অবনতি কোণ 30^0 হলে হেলিকপ্টারটি কত km উচ্চতায় অবস্থিত ?

ক) 5 খ) 7.5 গ) 8 ঘ) 10

ব্যাখ্যা : $\sin 30 = \frac{h}{15}$

$$\frac{1}{2} = \frac{h}{15}$$

$$h = \frac{15}{2}$$

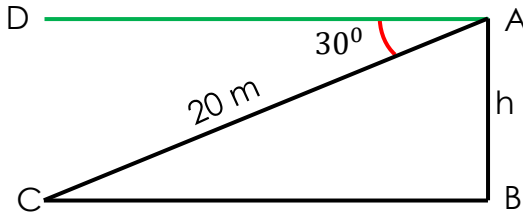
$$h = 7.5\, m$$

৩৪। উলম্ব তল হচ্ছে –

i. পরস্পরছেদী ভূ-রেখা ও উর্ধ্বরেখার মধ্যস্থিত তল।
ii. যেকোনো সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যস্থিত তল।
iii. সমান্তরাল সরলরেখার মধ্যস্থিত তল।

কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii

ব্যাখ্যা : ভূমি তলের উপর লম্বভাবে অবস্থিত পরস্পরছেদী ভূ-রেখা ও উলম্বরেখা যে তল নির্দিষ্ট করে তাকে উলম্ব তল বলে।

যদি ঘরের উচ্চতা AB = h m হয় তবে শীর্ষবিন্দু A থেকে 20 m দূরে C বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle DAC = 30^0$ হয় তবে, (35 – 37 নং প্রশ্নের উত্তর দাও)

৩৫। $\angle ACB = ?$ ডিগ্রী ?

ক) 30^0 খ) 45^0 গ) 60^0 ঘ) 90^0

ব্যাখ্যা : $\angle DAC$ ও $\angle ACB$ একান্তর কোণ

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB = 30^0$$

৩৬। ঘরটির উচ্চতা কত মিটার?

ক) $5\sqrt{2}\,m$ খ)$5\sqrt{3}\,m$) $10\,m$ ঘ)$10\sqrt{3}\,m$

ব্যাখ্যা : $\sin\angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 30^0 = \frac{AB}{20}$

বা, $AB = 20 \times \frac{1}{2}$

বা, $AB = 10\,m$

৩৭। BC এর দৈর্ঘ্য কত?

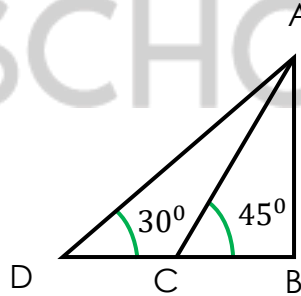
ক) 16) 17.32 গ) 18.50 ঘ) 20

ব্যাখ্যা : $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30^0 = \frac{10}{BC}$

·বা, $BC = \frac{10}{\frac{1}{\sqrt{9}}}$

বা, $BC = 10\sqrt{3}$

বা, $BC = 17.32\,m$

৩৮ চিত্রে $BC = 20\,cm$ হলে $AD = ?$

) $40\,cm$ খ) $20\sqrt{2}\,cm$ গ) $40\sqrt{3}\,cm$ ঘ) $20\sqrt{3}\,cm$

ব্যাখ্যা : মনে করি,

$AB = h$ ও $BC = 20\,cm$

$\triangle ABC$ এ, $\tan 45^0 = \frac{AB}{BC}$

বা, $AB = 20 \times 1$

বা, $AB = 20\ cm$

$\triangle ABD$ এ,

$\sin 30^0 = \frac{AB}{BD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{20}{BD}$

বা, $BD = 2 \times 20$

বা, $BD = 40\ cm$

৩৯. সেক্সট্যান্ট যন্ত্রের সাহায্যে নিচের কোনটি মাপা হয়?

(ক) বাতাসের গতিবেগ

(খ) আলোর গতিবেগ

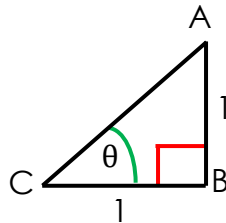
(গ) পানির গভীরতা

(ঘ) মধ্যাহ্ন সূর্যের উন্নতি কোণ

ব্যাখ্যা : সেক্সট্যান্ট যন্ত্রের সাহায্যে মধ্যাহ্ন সূর্যের উন্নতিকোণ পরিমাপ করা হয়

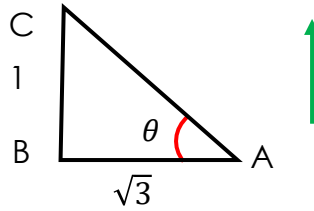
৪০. একটি গাছের দৈর্ঘ্য ও ছায়ার দৈর্ঘ্য $1 : 1$ হলে অবনতি কোন কত ডিগ্রি ?

(ক) $60°$ (খ) $45°$ (গ) $90°$ (ঘ) $30°$

ব্যাখ্যা :

$\triangle ABC$ এ $\tan\theta = \frac{AB}{BC}$

$= \frac{1}{1} = 1$

বা, $\tan\theta = \tan\angle 45°$

বা, $\theta = 45°$

রনি A বিন্দু থেকে সোজা পশ্চিম দিকে $\sqrt{3}$ কি.মি. অতিক্রম করে B বিন্দুতে পৌছায় এবং আবার B বিন্দু থেকে সোজা উত্তর দিকে 1 কি.মি. অতিক্রম করে C বিন্দুতে পৌছায়

৪১. চিত্রে $\cos\theta$ কত ?

(ক) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (খ) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (গ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ✔ (ঘ) $\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা : $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভুমি}}$

বা, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \tan 45$

বা, $\theta = 30°$

$\therefore \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

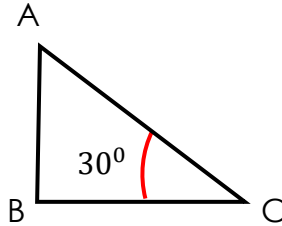
৪২. θ এর মান কত ডিগ্রি?

(ক) 30° | (খ) 45° | (গ) 60° | (ঘ) 90°

(পূর্বের প্রশ্নের ব্যাখ্যা আছে)

৪৩. সূর্যের উন্নতি কোণ 90° হলে কোনো গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য কত ?

(ক) 0 | (খ) 2 | (গ) 4 | (ঘ) 8

ব্যাখ্যা : খাড়া ভাবে গাছের ওপর সূর্যের আলো পড়লে কোনো ছায়ার সৃষ্টি হবে না, কারণ সূর্যের ও গাছের উন্নতি কোণ সমান হয়ে যাবে

৪৪. 30° কোণের সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি. ?

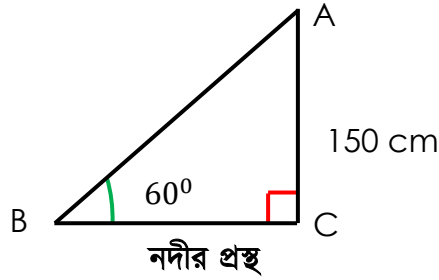
(ক) $\sqrt{3}$ | (খ) $2\sqrt{3}$ | (গ) $3\sqrt{3}$ | (ঘ) $4\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা : $\varDelta ACD$ সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan 30° = \frac{AD}{CD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{CD}$

বা, $CD = 2\sqrt{3}$ c.m.

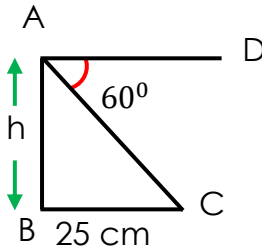
৪৫. নদীর তীরে কোনো স্থানের অপর প্রান্তের 150 মিটার গাছের উন্নতি কোণ $60°$ হলে নদীর প্রস্থ কত মিটার ?

(ক) $150\sqrt{2}$ (খ) 28.86 (গ) 86.60 (ঘ) 121.50

$$\tan 60° = \frac{AB}{BC}$$

$$বা,\ BC = \frac{AB}{\tan 60°}$$

$$= \frac{150}{\sqrt{3}}.$$

$= 86.60$ মিটার

৪৬. চিত্রে h এর মান কত ?

(ক) $25\sqrt{3}$ c.m (খ) $(25+\sqrt{3})$ c.m (গ) $(25-\sqrt{3})$ c.m (ঘ) $\frac{25}{\sqrt{3}}$ c.m

ব্যাখ্যা : $\angle DAC = \angle ACB = 60°$ [একান্তর কোণ]

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{25}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{25}$

বা, $h = 25\sqrt{3}$ c.m.